

Les sciences cognitives et les savoirs endogènes au service d'un enseignement efficace des mathématiques³³

Mouhamadou El Hady BA
Université Cheikh Anta Diop de Dakar/Sénégal

Résumé

Cet article soutient que l'éducabilité mathématique est universelle et explore comment nous pouvons utiliser les données des sciences cognitives et les traditions et connaissances endogènes pour améliorer la qualité de l'enseignement des mathématiques. Dans un premier temps, nous discutons de l'universalité ou non de la capacité mathématique. Nous exposons des travaux de sciences cognitives qui montrent que tous les humains disposent de certaines compétences innées qui sont réinvesties dans la compétence mathématique. Dans un deuxième temps, nous nous penchons plus spécifiquement sur les méthodes pédagogiques et sur l'impact de l'attitudes des adultes sur le succès ou l'échec des élèves. Nous parlerons de l'incompétence apprise et des conceptions fixistes et incrémentales de l'intelligence pour montrer que la conception adoptée à la fois par un élève et son enseignant peut être déterminante pour l'efficacité de l'enseignement reçu. Nous montrons ensuite que nous disposons désormais d'études scientifiques suffisamment corroborées pour promouvoir en toute confiance un certain nombre de pratiques enseignantes et nous méfier d'autres pratiques qui, pourtant, semblent intuitivement efficaces. Dans un dernier temps, nous nous penchons sur la meilleure manière de mobiliser les traditions et connaissances endogènes africaines afin d'améliorer et surtout de démocratiser notre système d'enseignement mathématique. L'on soulignera également la nécessité de procéder avec prudence dans ce domaine afin d'éviter certains écueils.

Mots -clés :

neurosciences, éducabilité mathématique, incompétence apprise, savoirs endogènes, Carole Dweck.

Abstract:

This article argues that mathematical educability is universal and explores how we can use data from cognitive science and endogenous knowledge and traditions to improve the quality of teaching in this discipline. We begin by discussing the universality of mathematical ability. We present work from the cognitive sciences that shows that all humans have some innate skills that are reinvested in mathematical competence. Secondly, we look more specifically at teaching methods and the impact of adults' attitudes on students' success or failure. We talk about

³³ Cet article est issu d'un travail réalisé pour le compte de la CONFEMEN dans le cadre de la conférence de consensus organisée à Dakar en janvier 2024 par la CONFEMEN et le CNESCO. L'auteur remercie Mme Juliette Fangeat pour la coordination éditoriale, l'équipe du CNESCO et les participants à la conférence de consensus pour les feedbacks reçus.

learned helplessness acquired and fixist and incremental conceptions of intelligence, to show that the conception adopted by both a pupil and his teacher can be decisive for the effectiveness of the teaching received. Thirdly, we show that we now have sufficiently corroborated scientific studies to confidently promote specific teaching practices, and to mistrust others that nevertheless seem intuitively effective. Finally, we look at how best to mobilize endogenous African traditions and knowledge to improve and, above all, democratize our mathematics education system. We also stress the need to proceed cautiously in this field, to avoid certain pitfalls.

Key words: neuroscience, mathematical educability, acquired incompetence, endogenous knowledge, Carole Dweck

Introduction

Il est curieux de constater que peu de personnes voient la contradiction qu'il y a à se déclarer éduqué et intelligent mais incapable de saisir la moindre opération mathématique allant au-delà de l'arithmétique élémentaire. De même, beaucoup d'enseignants spécialisés en mathématiques considèrent que leur fonction n'est pas d'enseigner les mathématiques à tout un chacun mais de permettre à chacun de leurs élèves de développer leur potentiel, de les sélectionner et de les classer selon leurs capacités mathématiques (cf. Anderson and alii 2018, Chestnut and alii 2018).

De telles idées reposent sur une vision des mathématiques aussi ancienne que la discipline : un mélange d'innéisme et d'élitisme. Dans *Le Ménon* (80d1-86d2) déjà, Platon prétendait démontrer que même un esclave ignorant de toute mathématique était capable de se remémorer, avec la bonne méthode, la solution d'un problème mathématique complexe. L'on pourrait voir là les germes d'un égalitarisme cognitif radical. Il se trouve cependant que le même Platon affirmait dans *La République*, une stricte différenciation des âmes individuelles. Seuls certains individus disposent d'âmes les rendant aptes à la recherche du savoir, notamment mathématique. Platon restaure ainsi l'élitisme en montrant que si les capacités cognitives sont innées, elles ne sont pas égales. Cet élitisme implicite ou explicite est de nature à déresponsabiliser les enseignants et à favoriser dans la société une conception selon laquelle seule une minorité serait capable de devenir performante en mathématiques. Ces dernières seraient donc un outil idéal pour sélectionner les élites.

L'on pourrait trouver cette conception quelque peu antidémocratique. Est-elle fautive pour autant ? Cet article vise à montrer que les données scientifiques dont nous disposons nous permettent de remettre en cause cet élitisme. La démocratisation des mathématiques est importante pour au moins deux raisons. La première est que la maîtrise des mathématiques est un moyen de promotion sociale et de développement économique extrêmement puissant, la plupart des avancées socioéconomiques et technologiques reposant ultimement sur cette discipline. La seconde est que les mathématiques, au même titre que les autres disciplines transversales, permettent de former un citoyen rationnel et compétent capable de discuter des problèmes de société

et de participer à la vie de sa société de manière informée et rationnelle. Comprendre que l'éducabilité mathématique est universelle et mettre en place les stratégies pédagogiques pertinentes pour accomplir cet objectif est donc essentiel.

Dans un premier temps, nous allons discuter de l'universalité ou non de la capacité mathématique. Nous allons voir que des travaux de sciences cognitives montrent que tous les humains disposent de certaines compétences innées qui sont réinvesties dans la compétence mathématique. Dans un deuxième temps, nous allons nous intéresser plus spécifiquement aux méthodes pédagogiques et à l'impact de l'attitude des adultes sur le succès ou l'échec des élèves. Nous parlerons de l'incompétence apprise et des conceptions fixistes et incrémentales de l'intelligence pour montrer que la conception adoptée à la fois par un élève et son enseignant peut être déterminante pour l'efficacité de l'enseignement reçu. Nous verrons également que nous disposons désormais de suffisamment d'études scientifiques solides pour promouvoir en toute confiance un certain nombre de pratiques enseignantes et nous méfier d'autres pratiques qui, pourtant, semblent intuitivement efficaces. Dans un dernier temps, nous allons nous intéresser à la meilleure manière de mobiliser les traditions et connaissances endogènes africaines afin d'améliorer et surtout de démocratiser notre système d'enseignement mathématique. L'on soulignera également la nécessité de procéder avec prudence dans ce domaine afin d'éviter certains écueils.

1. Une éducabilité mathématique universelle

Les phrénologues, des psychologues du XIX^e siècle disciples de Franz Josef Gall, avaient cette vision selon laquelle les cavités visibles du crâne étaient révélatrices des capacités cognitives de l'individu. De manière fameuse, certains, censés disposer d'une bosse des mathématiques, seraient doués en mathématiques alors que les autres, n'en disposant pas, seraient nativement incapables de faire preuve de la moindre compétence dans cette discipline. L'on est revenu de ces théories phrénologiques³⁴; cependant, elles proposent une solution, certes fautive à un problème important : les mathématiques sont-elles apprenables et si oui, comment ?

Depuis le début des années 90, des progrès extraordinaires ont été accomplis dans la compréhension du rôle du cerveau humain dans l'apprentissage et le développement des mathématiques, notamment grâce à des travaux d'imagerie médicale du cerveau et à différentes recherches s'intéressant à des peuples locuteurs de langues ne disposant pas d'un lexique mathématique

³⁴ Une compréhension plus fine du fonctionnement du cerveau ayant montré que le nombre et la nature des connexions nerveuses sont plus pertinentes que la taille et la forme du cerveau ou du crâne.

développé. Plusieurs équipes de recherche collaborent pour produire des travaux sur la cognition mathématique³⁵ ; des revues régulières permettent de faire le point sur l'état de la recherche et le savoir stabilisé indépendamment des divergences. Que nous apprennent ces recherches sur le rapport entre le cerveau humain et les mathématiques et, par ricochet, sur l'éducabilité mathématique ?

L'on se souvient que Jean Piaget, soutenait que l'enfant ne pouvait appréhender les concepts abstraits pendant le stade sensorimoteur qu'il situait de la naissance à l'âge de deux ans. Piaget soutenait également que les capacités d'abstraction et de métacognition³⁶ ne survenaient qu'au *stade dit des opérations formelles* qu'il situait autour de dix, onze ans. Cela a pour conséquence que l'éducation mathématique devrait s'appuyer, avant ce stade, sur l'empirisme et la manipulation des objets et éviter l'abstraction et la méthode hypothético-déductive³⁷ par exemple.

En opposition à cette thèse de Piaget, l'un des résultats les plus importants des sciences cognitives de ces dernières années est que s'il n'y a pas quelque chose d'aussi simple que la *bosse des mathématiques* postulée par la phrénologie de Franz Josef Gall, il n'en demeure pas moins que non seulement il y a un substrat neuronal aux différentes compétences qui constituent les mathématiques mais qu'en plus, la capacité d'abstraction est quasiment innée, s'observant dès 4,5 mois selon Izard *et al.* (2009).

Concernant notre appréhension des nombres, il existe, non seulement chez l'humain mais également chez certaines espèces animales, ce qu'on pourrait nommer un sens du nombre ou une numérosité innée qui permet, hors de tout entraînement, de saisir et de manipuler des nombres et de s'en servir dans les activités quotidiennes³⁸. La prise de conscience de l'existence et de la nature de ce *sens numérique* est un premier élément qui permet de sortir de l'idée

³⁵ C'est par exemple le cas de celle de Stanislas Dehaene (Inserm – auteur de l'ouvrage grand public ironiquement appelé *La bosse des maths*) et de celle d'Elizabeth Spelke (Harvard University).

³⁶ La métacognition est la capacité à prendre pour objet ses propres processus et contenus de pensée. Elle se manifeste par exemple par le fait que nous avons la capacité de dire si nous pouvons effectuer une tâche cognitive avant même de l'avoir effectuée. La métacognition est utile à l'apprentissage dans la mesure où elle permet à l'élève de monitorer ce qu'il sait et ce qu'il ignore, d'évaluer subjectivement ses apprentissages et de réguler son investissement cognitif (voir encadré).

³⁷ La méthode hypothético-déductive est celle qui part d'hypothèses bien définies et de vérités premières puis, appliquant des règles de raisonnement prédéfinies à ces hypothèses et vérités premières, produit des théorèmes qui sont censées être des vérités irréfutables.

³⁸ Notons que cela ne signifie pas que la mobilisation de ces compétences est immédiate. Depuis Chomsky (1965), un principe fondateur des sciences cognitives est la distinction entre compétence et performance, la présence d'une compétence ne se traduisant pas nécessairement par la performance de cette compétence dans le monde réel. Si l'on tient compte de cette distinction, l'on comprend que la présence d'un sens du nombre inné relève de la compétence. Son actualisation, relevant de la performance, peut, comme le montre par exemple Van Nieuwenhoven (2007), ne pas être immédiate voire être lente sans que cela n'en remette en cause l'innéité.

d'un élitisme des mathématiques qui serait tel que seuls certains humains seraient capables de comprendre cette discipline. De manière plus précise, ce qui a été découvert, c'est que ce *sens numérique* est un composite mobilisant différents circuits neuronaux et ayant deux dimensions distinctes. Le sens numérique repose sur deux systèmes cognitifs distincts et complémentaires : *le système de suivi des objets* et *le système de numération approximative*.

- Le système de suivi des objets permet au nourrisson, dès la naissance, de discriminer entre deux ou trois objets ou d'associer un nombre précis d'objet avec le nombre de sons correspondant. On a là une proto appréhension de la cardinalité. Ce système est précis mais a l'inconvénient de ne pouvoir traiter qu'un tout petit nombre : généralement trois pour les enfants et quatre pour les adultes et certains animaux. Pour Dehaene, ce système repose sur ce qu'il nomme la *subitisation* (i.e. une perception immédiate et non verbale des quantités) et sur le *comptage préverbal* (i.e. la capacité d'apparier un ensemble avec un autre cf. Gallistel & Gelman 1992). Subitisation et comptage préverbal sont immédiats et de l'ordre de l'intuition mais valables seulement pour des quantités inférieures à quatre. Au-delà, le traitement prend du temps et le langage intervient.
- Le système de numération approximative, quant à lui, traite les grands nombres et permet une estimation rapide et une comparaison des grandes quantités. Il n'est pas précis mais permet une comparaison fiable d'ensembles d'objets pour peu que leur nombre diffère d'environ 15 %. Cela signifie que même un enfant qui ne sait pas compter saura qu'un ensemble de 115 objets est plus grand qu'un autre qui n'en fait que 100 et saura très rapidement répondre à des questions relatives à des additions et des soustractions et cela, bien avant d'avoir acquis les concepts d'addition et de soustraction. Cela va à l'encontre des thèses de Piaget, selon qui les concepts d'ensemble et de nombres ne sauraient être saisis par l'enfant avant la toute fin du stade pré-opérationnel (autour de six, sept ans).

Des travaux d'anthropologie menés chez les Mundurucus et les Pirahas, des peuples amazoniens dont les langues ne contiennent pas de mots précis pour les nombres au-delà trois ou quatre ont permis de confirmer ces découvertes et de nous donner des indications sur la meilleure manière de les exploiter pour favoriser l'éducation mathématique. Les Mundurucus et les Pirahas ont des langues où la numérotation n'existe que de 1 à 5. Leur système linguistique est qualifié de « one, two, many system » parce qu'au-delà de 5, ils parlent indifféremment de plusieurs, sans plus de précision. Et même en-deçà de 5, chez les Mundurucus, seuls les nombres 1 et 2 sont utilisés comme dénotant une quantité précise. De la même manière que nous dirions indifféremment une dizaine pour désigner un groupe de 8 ou de 12 personnes sans que cela paraisse inconvenant à un locuteur de la langue française, « à

l'exception des mots pour 1 et 2, tous les numéraux étaient utilisés en relation avec une classe de quantités approximatives plutôt qu'avec un nombre précis. » (Pica et al., 2004). Des tests ont montré que si les locuteurs exclusifs de ce type de langues peuvent répondre par exemple à la question de savoir combien font $2 + 1$ ou $1 + 1$, il leur est impossible de faire des calculs aussi simples que $3 + 4$ ou $5 + 2$, ou encore de dire si $3 + 4$ est plus grand que $5 + 4$ ou $6 + 2$. Leurs performances lors des opérations de soustraction ou d'addition décroissent à mesure que la taille des nombres impliqués augmente. *A contrario*, en ce qui concerne *l'estimation* de résultats d'opérations impliquant les grandes quantités, les Mundurucus réussissent aussi bien que le groupe témoin constitué de Français.

De tout ce qui précède, l'on peut tirer deux conclusions :

1. D'une part, le substrat cognitif qui permet l'apprentissage mathématique est commun à tous les humains indépendamment de leur culture.
2. D'autre part, si l'éducabilité mathématique est le propre de l'homme, l'éducation mathématique est dépendante des structures cognitives et sociales mises en place, et de la langue utilisée par exemple.

Si tout humain est éducatable mathématiquement, la question qui se pose est celle de savoir si tout humain peut atteindre un niveau donné en mathématiques. L'idée répandue chez les enseignants de mathématiques selon laquelle certains seraient naturellement doués pour les mathématiques alors que d'autres ne le seraient pas perd de sa force et de sa justification. La question est donc pédagogique. Comment faut-il éduquer les humains pour qu'ils développent les compétences mathématiques attendues ? Là encore, les résultats de recherche nous permettent de faire des choix favorisant la démocratisation de l'accès aux mathématiques.

2. Éduquer efficacement aux mathématiques

Si, comme nous l'avons vu, tout humain est mathématiquement éducatable, cela renverse la vision de l'éducation mathématique. On ne peut plus concevoir cette discipline comme un moyen de sélection des plus intelligents, mais une discipline qu'en principe toute personne éduquée devrait maîtriser. Si nous n'arrivons pas à enseigner les mathématiques à la majorité des élèves, ce n'est pas parce que cette discipline leur est cognitivement inaccessible mais parce que les choix pédagogiques qui sont les nôtres ne sont pas efficaces. La société tout entière doit changer sa vision de l'enseignement mathématique et veiller à favoriser la démocratisation de la compétence mathématique de la même manière qu'elle veille à la démocratisation de l'acquisition du langage par exemple. Comment est-ce possible ? Pour ce faire, il y a un certain nombre de principes et de résultats de recherches dont les pédagogues, parents et parties prenantes doivent être conscients.

L'*incompétence apprise* est l'un des premiers dangers qui guettent tout apprenant. Malheureusement, les enseignants en mathématiques la créent souvent sans même s'en rendre compte. Qu'est-ce que l'incompétence apprise ?

2.1. Éviter l'incompétence apprise

Le phénomène d'incompétence apprise³⁹ a été décrit pour la première fois par Seligman et Maier en 1967. En résumé, c'est le fait que, chez certains animaux tout comme chez les humains, l'habitation à l'échec ancre la croyance que les événements sont hors de leur contrôle, de sorte que l'on devienne incapable de réagir pour faire cesser un événement pénible. Ainsi, des chiens que l'on habitue à recevoir des chocs électriques sans possibilité de les faire cesser finissent par se résigner à ces chocs et les subissent avec fatalisme même quand il leur serait très aisé de s'y soustraire parce qu'un simple déplacement de l'autre côté de la cage y suffirait par exemple.

Il y a deux aspects à différencier dans l'incompétence en question : l'incompétence subjective et l'incompétence objective. Si je suis effectivement incapable de résoudre un problème parce que je ne dispose pas des outils qui me permettraient de le résoudre, dans ce cas, mon incompétence est objective. Si *a contrario*, j'ai les outils qui me permettraient de résoudre le problème mais que je pense que je n'en suis pas capable, dans ce cas, mon incompétence est subjective. La grande découverte de Seligman et Maier, c'est que l'habitation à l'incompétence objective crée chez un apprenant une incompétence subjective qui, en retour, provoque une incompétence apprise. Celle-ci est quasiment objective dans la mesure où l'apprenant cesse d'essayer de résoudre les problèmes auxquels il est confronté par la suite, et ce même s'il devrait y arriver.

Si nous revisitons nos pratiques pédagogiques à la lumière de ce phénomène, on comprend pourquoi beaucoup d'élèves finissent par se convaincre qu'ils sont incapables d'apprendre les mathématiques. La pratique pédagogique consistant à donner des exercices trop difficiles mobilisant des connaissances qui n'ont pas encore été consolidées est sous-tendue par l'idée que les personnes douées en mathématique ont besoin de s'exercer en résolvant des problèmes difficiles. Ce n'est pas faux. Cependant, si cette méthode permet de favoriser l'apprentissage chez les élèves les plus avancés, elle a tendance à créer une habitation à l'incompétence objective chez la majorité des autres ce qui, en retour, se consolide en incompétence apprise. Il est primordial, dans l'enseignement des mathématiques, de ne pas entretenir chez la majorité des

³⁹ Nous traduisons ainsi le concept de « learned helplessness » introduit dans la littérature psychologique par Seligman et Maier. Ce concept est souvent traduit dans la littérature psychologique francophone par : « incompétence acquise ».

apprenants l'incompétence apprise en leur donnant régulièrement des exercices hors de leur portée. Le fait d'être sensibilisé au phénomène d'incompétence évite aux professeurs de mathématique d'adopter une méthode pédagogique qui va la créer chez leurs élèves.

Éviter de susciter l'incompétence apprise est certes important, ce n'est cependant pas encore une garantie d'efficacité pédagogique. Pour qu'un enseignement soit efficace, il faut jouer sur deux aspects : la réceptivité de l'apprenant et les compétences de l'enseignant.

Encadré : La Métacognition

Supposons que je vous demande quelle est la capitale du Guatemala. Vous pouvez soit donner tout de suite la bonne réponse, soit dire que vous ne savez pas. Il nous arrive également de dire : "Attends, je ne me souviens pas de la bonne réponse mais je la connais. Je l'ai d'ailleurs sur le bout de la langue !" Savoir que l'on ne sait pas et savoir que l'on sait et que l'on pourrait se ressouvenir de la réponse relèvent d'un niveau de réflexion qui va au-delà de la simple production ou non production de la réponse attendue. Ce niveau est dit métacognitif. La métacognition est la capacité à prendre pour objet ses propres processus de pensée et d'apprentissage et à produire un jugement sur eux. Cette capacité à entretenir des pensées sur ses propres pensées est très importante pour l'apprentissage humain. Une question qui se pose dans la littérature est celle de savoir si tout apprentissage est nécessairement métacognitif et si la métacognition se rencontre également chez les animaux non-humains qui sont également capables d'apprentissage (cf. Proust 2013 et 2019). Des chercheurs (Goupil et alii 2016) ont montré que la métacognition était présente chez le bébé humain autour de 20 mois.

2.2. Favoriser la motivation à apprendre

Du côté de l'apprenant, nous avons déjà insisté sur le fait qu'il est essentiel d'éviter de susciter l'incompétence apprise. De manière plus générale, deux choses sont importantes pour qu'un élève, qui n'est pas un réceptacle passif, puisse recevoir un enseignement : d'une part, la conception qu'il se fait de l'intelligence, et, d'autre part, sa motivation.

Les travaux de la psychologue Carol Dweck ont en effet montré que quelque chose d'aussi abstrait que la conception qu'un élève se fait de la nature de l'intelligence humaine va favoriser, ou au contraire empêcher sa résilience face à la difficulté qui survient nécessairement dans un processus d'apprentissage. Dweck distingue deux conceptions de l'intelligence : la *conception fixiste* et la *conception incrémentale*. Selon la conception fixiste, l'intelligence est un attribut naturel que les humains peuvent avoir ou ne pas

avoir. De même que l'on s'imaginait que certaines personnes avaient la bosse des maths alors que d'autres n'en disposaient pas, l'on s'imaginait également que certains humains seraient naturellement intelligents alors que d'autres ne le seraient pas. La conception incrémentale, quant à elle, fait de l'intelligence un attribut malléable qui peut varier au cours du temps et dépend de l'effort que l'on fait pour le cultiver. Dans cette conception, nul n'est absolument intelligent ni absolument inintelligent. L'on est capable ou non de résoudre un problème en fonction de son entraînement et de l'effort que l'on met afin d'y arriver.

De telles conceptions sont implicitement inférées et intériorisées par les enfants en fonction de la manière dont leurs parents ou leurs enseignants interagissent avec eux. Rattan, Good et Dweck (2012) montrent par exemple que le fait que les enseignants cherchent à consoler les élèves en leur disant « Ce n'est pas grave, tout le monde ne peut pas être bon en maths ! » suffit à induire chez eux une conception fixiste de l'intelligence et, par conséquent, de la compétence mathématique. De même, Gunderson *et al.* (2013) montrent que la manière dont les parents complimentent leurs enfants entre 14 et 36 mois était un bon prédicteur de l'adoption d'une vision incrémentale de l'intelligence vers 7 à 8 ans.

Cela est important parce que Dweck et son équipe ont montré au cours des années que l'attitude que l'on va avoir face à l'échec et aux processus d'apprentissages diffère radicalement selon la conception de l'intelligence adoptée. Ceux qui ont une conception fixiste de l'intelligence vont considérer tout échec comme une atteinte à leur identité. De ce fait, ils vont cultiver des stratégies d'évitement de l'échec en ne s'éloignant que rarement de leur zone de confort. À chaque fois qu'ils doivent résoudre un problème trop difficile, ils vont être déstabilisés et vont, par conséquent, développer une incompétence apprise si de telles instances se renouvellent. *A contrario*, les élèves qui ont une vision incrémentale de l'intelligence ne sont pas déstabilisés par la difficulté. Bien au contraire, ils vont considérer que l'échec est une partie intégrante de l'apprentissage. Dweck et Leggett (1988) montrent que les élèves peuvent être motivés soit par un *objectif d'apprentissage*, soit par un *objectif de performance*. Les élèves motivés par un objectif de performance vont se focaliser sur les notes et éviter les difficultés. Ils vont être découragés par cette dernière et vont attacher leur identité à la note obtenue. Ceux qui ont un objectif d'apprentissage, quant à eux, vont considérer la difficulté comme le chemin vers la compréhension. La note dans ce cas n'est que la validation d'un savoir acquis et un *feedback* qui les informe sur l'efficacité de leur procédure d'apprentissage. Ils ne font pas de la mauvaise note une question personnelle et ne sont donc pas démotivés par elle. Autre découverte de Dweck et de son équipe : pour cultiver chez les élèves une conception incrémentale de l'intelligence et un objectif d'apprentissage plutôt qu'un objectif de performance, parents et

enseignants doivent être attentifs à ne pas réifier les qualités - fussent-elles positives - de l'enfant et complimenter et récompenser non pas des qualités intrinsèques supposées immuables, mais le processus par lequel l'apprentissage se fait. Au lieu de complimenter un enfant sur son intelligence, on peut, par exemple, plutôt le complimenter sur l'effort de réflexion fourni ou l'ingéniosité avec laquelle il a cherché la solution au problème posé.

2.3. Susciter la métacognition des élèves

La manière d'interagir avec un élève et de lui donner un feedback est essentielle dans son développement intellectuel et sa motivation. Un feedback ou rétroaction est une information donnée à un élève sur sa production. John Hattie et Helen Timperley (2007) montrent que la plupart des enseignants ne donnent malheureusement pas un feedback efficace, c'est-à-dire un feedback qui permette à un élève d'améliorer ses apprentissages.

Pour Hattie et Timperley, un feedback efficace doit absolument répondre à trois questions concernant la performance d'un élève :

- Quel objectif essayons-nous d'atteindre ?
- Comment le travail présenté se place-t-il dans l'atteinte de cet objectif ?
- Que reste-t-il à accomplir ?

Un bon feedback se doit donc de susciter la métacognition de l'apprenant afin de lui permettre de s'améliorer en rappelant l'objectif pédagogique. Pour ce faire, il est important de non seulement fournir la bonne réponse et d'évaluer la réponse qui a été donnée, mais surtout de dire précisément ce qui, dans la réponse, permet d'atteindre le but assigné et ce qui en éloigne – en donnant des indications sur la bonne manière de résoudre le problème posé. Il est crucial de ne pas se limiter à une évaluation globale du travail réalisé, et encore moins de l'élève qui l'a effectué, mais d'entrer dans le détail pour analyser objectivement les procédures mises en œuvre afin d'indiquer des voies d'amélioration.

À part les feedbacks bien calibrés, quelles méthodes pédagogiques sont les plus efficaces pour enseigner les mathématiques ? John Hattie, que nous avons déjà cité, permet justement d'apporter des éléments de réponse à cette question. Mathématicien et évaluateur, John Hattie est connu pour avoir produit, en 2008, l'ouvrage *Visible Learning* (traduit en français en 2017). Ce

livre est une étude de plus de 800 méta-analyses⁴⁰ concernant l'enseignement fondée sur les preuves analysant près de 53 000 études couvrant plus de 100 millions d'élèves dans de nombreux pays. Dans son ouvrage *Visible Learning for Mathematics, Grades K-12 What Works Best to Optimize Student Learning*, consacré aux mathématiques, Hattie retient plusieurs conditions nécessaires à la mise en place d'un enseignement efficace des mathématiques : aider les élèves à articuler leurs processus de réflexion lorsqu'ils résolvent des problèmes de mathématiques, se focaliser sur la manière de penser des élèves afin d'aider à révéler et à lever les éventuels obstacles didactiques, fournir le bon type de rétroaction dont nous avons déjà parlé et privilégier l'enseignement explicite plutôt que de laisser l'élève découvrir tout seul la bonne manière de résoudre les problèmes.

3. Quid du contexte africain ?

Tout ce dont nous avons parlé jusqu'ici est universel. Y a-t-il, devrait-il y avoir, une spécificité africaine dans l'enseignement des mathématiques ? Il nous semble que la démocratisation des mathématiques dans un pays comme le Sénégal ne peut faire l'impasse sur les spécificités locales. Malheureusement, il y a très peu d'études scientifiques qui font le lien entre les pratiques traditionnelles et l'enseignement actuel des mathématiques. Nos développements dans cette partie du rapport ont donc une valeur plus programmatique. Si la plupart des stratégies efficaces reposent sur le développement d'une motivation intrinsèque à apprendre et de la confiance en ses capacités à résoudre les problèmes mathématiques, pour peu que l'on mobilise les bonnes ressources, on peut supposer qu'une bonne manière de susciter l'intérêt et la compétence mathématiques et de combattre l'incompétence apprise serait de montrer aux élèves qu'il existe des traditions mathématiques endogènes et de mobiliser ces dernières pour développer leurs compétences mathématiques.

Dans nos sociétés traditionnelles, contrairement à une idée reçue datant de la colonisation, des mathématiques sont bel et bien présentes, depuis l'os d'Ishango⁴¹ jusqu'à présent. Les recherches du mathématicien et anthropologue mozambicain Paulus Gerdes montrent par exemple qu'il y a une tradition endogène d'encodage de découvertes mathématiques à travers les artefacts et via les jeux mathématiques. Gerdes (1995, 2009) montre que les artefacts issus de l'artisanat endogène à certaines sociétés africaines

⁴⁰ Une méta-analyse est une revue systématique de toutes les études et de toutes les expérimentations faites sur une question donnée afin de déterminer le consensus scientifique i.e. ce que la communauté scientifique considère comme un savoir établi au moment où la méta-analyse est faite.

⁴¹ L'os d'Ishango est un os découvert à Ishango en République Démocratique du Congo en 1950 et qui, datant d'il y a 20000 ans, est considéré comme l'un des plus anciens artefacts humains prouvant l'existence d'une pratique mathématique.

encodent des figures géométriques que la seule démarche empirique n'aurait permis ni de découvrir ni de reproduire mais qui nécessitent un raisonnement mathématique de haut niveau. Plus près de nous, un jeu comme l'awalé, présent dans toute l'Afrique de l'Ouest peut être utilisé pour développer de manière ludique un certain nombre de compétences mathématiques allant de la subitisation posée par Dehaene au calcul mental en passant par l'association entre ordinal et cardinal.

Un enseignement des mathématiques reposant sur les langues locales et les savoirs endogènes ne pourrait cependant se faire sans une réflexion sur les structures mathématiques et linguistiques présentes et leurs avantages tout autant que leurs inconvénients. On peut citer ici deux exemples. L'un anecdotique, l'autre, plus sérieux, dérivé des travaux du philosophe Abdoulaye Elimane Kane.

Commençons par l'anecdotique. Au Sénégal, l'unité de compte de la monnaie en langage vernaculaire est non pas le franc mais la plus petite pièce de monnaie usitée, c'est-à-dire la pièce de 5 francs. De ce fait, que ce soit en pulaar ou en wolof (respectivement *mbuudu* et *dërëm*), les enfants apprennent à compter les multiples de 5 francs. Ainsi, au moment où il arrive à l'école et apprend formellement les mathématiques, il a déjà intégré que la pièce de 50 francs correspond non pas à 50 fois l'unité de compte mais 10 fois l'unité de compte. C'est donc tout naturellement qu'il fera l'identification entre 50 et 10 puisque *bu-sappo* (littéralement unité de compte du franc-10) ou *fukki dërëm* (littéralement 10-unité de compte du franc) correspond non pas à 10 en français mais à 50. Si l'on fait l'initiation aux mathématiques dans les langues locales, c'est là une erreur qu'il n'est pas aisé de lever sans entrer dans une explication détaillée de l'histoire de la monnaie en Afrique occidentale française.

De manière plus profonde, le travail d'Abdoulaye Elimane Kane sur les systèmes de numérations parlées en Afrique de l'Ouest a des implications non négligeables sur la pédagogie mathématique. Kane (2011 et 2017) explique pourquoi les anthropologues ont pu soutenir que les langues africaines ont 5 comme base de leur système de numération. C'est parce que ces dernières, d'une part avaient autrefois une base quinaire qui a évolué pour devenir décimale et d'autre part, construisent leur système de numération à partir de repères corporels. De ce fait, il y a un lien étroit entre le système de numération et la métaphysique qui fait de l'homme un élément central. De plus, certains nombres comme 5, 10, 20, 100 et 1000 par exemple fonctionnent comme des paliers qui permettent de définir une unité nouvelle qui peut servir de base à des calculs, sans cependant se substituer à la base décimale ni nier sa suprématie. Cela crée une confusion entre palier et base pour ceux qui ne parlent pas la langue, ou qui n'ont pas une analyse mathématique fine de ces langues.

À partir des travaux de Kane se dégagent des pistes de réflexion et de recherche. On peut se demander par exemple si une démocratisation des mathématiques au Sénégal ne devrait pas se servir des complexités du système de numération parlée des langues ouest-africaines pour introduire le système de numération décimale. On peut surtout constater que même l'enseignement de l'arithmétique élémentaire doit lever certaines équivoques propres au milieu. De ce fait, selon la structure logique et mathématique des langues du milieu, on doit adapter la progression de l'introduction des concepts mathématiques. Certains concepts qui seraient trop avancés pour un locuteur du français, comme la différence entre base et pallier, peuvent être des obstacles épistémologiques pour un locuteur de certaines langues africaines. L'introduction explicite de ces concepts pourrait donc être indispensable à un niveau élémentaire pour les élèves locuteurs natifs des dites langues africaines. Ce sont là des considérations qui devraient faire l'objet d'études fines avant d'être implémentées.

Conclusion

Les pouvoirs publics sénégalais veulent mettre les STIM (Sciences, Technologies, Ingénierie et Mathématiques) au centre du système scolaire. En 2022 cependant, d'après les chiffres de l'Office du Bac sénégalais, seuls 15% des candidats au baccalauréat se présentaient à une série scientifique. Les mathématiques jouent un rôle discriminant dans cet état de fait. Cet article visait à montrer que les données scientifiques dont nous disposons actuellement nous apprennent que ce n'est nullement là une fatalité. Les sciences cognitives nous montrent que les humains sont tous égaux devant les mathématiques, du point de vue de leur équipement cognitif. Nul n'est naturellement inapte à cette discipline. Nous avons également vu que pour favoriser la compétence mathématique chez les élèves, les enseignants peuvent se servir d'un certain nombre de résultats scientifiques pour améliorer leurs pratiques pédagogiques. En effet, ces recherches nous montrent que la conception que l'enseignant et l'apprenant se font de l'apprentissage, le type de rétroaction offert par l'enseignant et le calibrage de la difficulté de ce qui est enseigner peuvent favoriser ou non l'efficacité de l'apprentissage. Cet article se termine en suggérant l'endogénéisation de l'apprentissage des mathématiques en mobilisant certaines ressources culturelles locales. Des recherches sont cependant nécessaires pour valider cette suggestion.

Références bibliographiques

- Abramson, L. Y., Seligman M. E. P. & Teasdale, J., (1978). "Learned helplessness in humans: critique and reformulation". *Journal of abnormal psychology*, 87, 49-74.
- Anderson RK, Boaler J, Dieckmann JA. Achieving Elusive Teacher Change through Challenging Myths about Learning: A Blended Approach. *Education Sciences*. 2018; 8(3):98. <https://doi.org/10.3390/educsci8030098>
- Aneeta Rattan, Catherine Good, Carol S. Dweck, "“It's ok — Not everyone can be good at math”: Instructors with an entity theory comfort (and demotivate) students", *Journal of Experimental Social Psychology*, Volume 48, Issue 3, 2012, Pages 731-737, ISSN 0022-1031, <https://doi.org/10.1016/j.jesp.2011.12.012>.
- Ansari D. "Effects of development and enculturation on number representation in the brain". *Nature Reviews Neuroscience*. 2008 Apr;9(4):278-91. <https://doi.org/10.1038/nrn2334>
- Chestnut, E.; Lei, L.S.; Cimpian, A.; Chestnut, E.K.; Lei, R.F.; Leslie, S.J.; Cimpian, A. The Myth that only brilliant people are good at math and its implications for diversity. *Educ. Sci.* **2018**, *8*, 65
- Chomsky, N. *Aspects of the Theory of Syntax*. Cambridge, Mass.: M.I.T. Press, 1965
- Dehaene S, Spelke E, Pinel P, Stanescu R, Tsivkin S. "Sources of mathematical thinking: behavioral and brain-imaging evidence" *Science*. 1999 May 7;284(5416):970-4. doi: 10.1126/science.284.5416.970. PMID: 10320379.
- Dweck, C. & Leggett, E. (1988). "A social-cognitive approach to motivation and personality". *Psychological Review*, 95, n°2, 256-273.
- C.R. Gallistel, Rochel Gelman, R., "Preverbal and verbal counting and computation", *Cognition*, Volume 44, Issues 1–2, 1992, Pages 43-74, ISSN 0010-0277, [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(92\)90050-R](https://doi.org/10.1016/0010-0277(92)90050-R).
- Gerdes, Paulus, *L'Ethno Mathématique en Afrique*, CEMEC 2009
- Gerdes, Paulus, *Une tradition géométrique en Afrique. Les dessins sur le sable. Tome 1, Analyse et Reconstruction*, Éditions l'Harmattan, Paris 1995
- Gunderson, E.A., Gripshover, S.J., Romero, C., Dweck, C.S., Goldin-Meadow, S. and Levine, S.C. (2013), "Parent Praise to 1- to 3-Year-Olds Predicts Children's Motivational Frameworks 5 Years Later". *Child Development*, 84: 1526-1541. <https://doi.org/10.1111/cdev.12064>

Hattie, J. *L'apprentissage visible pour les enseignants. Connaître son impact pour maximiser le rendement des élèves*, Presses de l'Université du Québec Collection Éducation - Intervention 2017

Hattie, J.A., Fisher, D., Frey, N., Gojak, L. M., Moore, S. D., Mellman, W., *Visible Learning for Mathematics, Grades K-12 What Works Best to Optimize Student Learning*, Corwin, Corwin Mathematics Series, 2016 ISBN: 9781506362946

Hattie, J., & Timperley, H. (2007). "The Power of Feedback". *Review of Educational Research*, 77(1), 81–112. <https://doi.org/10.3102/003465430298487>

Izard, V., Sann, C., Spelke, E.S. & Strerri, A. "Newborn infants perceive abstract numbers", *Proceedings of the national academy of sciences* Vol. 106 No. 25 June 23, 2009

Kane, A.E. (2011). "Systèmes de numération et fonction symbolique du langage". *Critique*, 771-772, 710-725. <https://doi.org/10.3917/criti.771.0710>

Kane, A.E. (2017) *Les systèmes de numération parlée en Afrique. Mode de dénombrement et imaginaire social*, Presses Universitaires de Dakar, 2017

Goupil, L., Romand-Monnier, M., & Kouider, S. (2016). "Infants ask for help when they know they don't know". *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 113(13), 3492-3496.

Kroger JK, Nystrom LE, Cohen JD, Johnson-Laird PN. "Distinct neural substrates for deductive and mathematical processing". *Brain Res.* 2008 Dec 3;1243:86-103. doi: 10.1016/j.brainres.2008.07.128. Epub 2008 Aug 15. PMID: 18760263.

Nieder A, Dehaene S. "Representation of numbers in the brain". *Annu Rev Neurosci.* 2009;32:185-208. doi: 10.1146/annurev.neuro.051508.135550. PMID: 19400715.

République du Sénégal Office du Baccalauréat. *Statistiques du baccalauréat. Session normale 2023*, Document disponible à l'adresse : http://officedubac.sn/wp-content/uploads/2023/09/Resultats_desagreges_2.pdf dernière consultation le 1/12/2023

Paunesku, D., Walton, G. M., Romero, C., Smith, E. N., Yeager, D. S., & Dweck, C. S. (2015). "Mind-Set Interventions Are a Scalable Treatment for Academic Underachievement". *Psychological Science*, 26(6), 784–793. <https://doi.org/10.1177/0956797615571017>

Piaget, J. and A. Szeminska (1941). *La genèse du nombre chez l'enfant*. Neuchâtel, Delachaux & Niestlé.

Piaget, J., Inhelder, B., & Szeminska, A. *La géométrie spontanée de l'enfant* PUF 1948

Pica, P., Lemer, P. Izard, V. & Dehaene, S.: "Exact and approximate arithmetic in an amazonian indigene group" in *Science* Vol. 306 15 October 2004, (pp. 499-503)

Proust, J. (2019). "Métacognition: les enjeux pédagogiques de la recherche" in S. Dehaene, (ed.), *La science au service de l'école*. Paris: Odile Jacob

Proust, J. *Philosophy of Metacognition: mental agency and self-awareness*, Oxford: Oxford University Press, 2013

Seligman MEP, Maier SF. "Failure to escape traumatic shock". *Journal of Experimental Psychology*. 1967;74:1–9. <http://dx.doi.org/10.1037/h0024514>.

Van Nieuwenhoven, Catherine "Le comptage et la cardinalité, deux apprentissages de longue haleine qui évoluent en interaction". *Revue des sciences de l'éducation* 22, no. 2 (1996): 295–320. <https://doi.org/10.7202/031882ar>